Analizando diseños de medidas repetidas con SPSS. Del Modelo Lineal General al Modelo Lineal Mixto

En este curso se ilustrará el modo de extraer la mayor cantidad de información posible del análisis de datos recogidos mediante diseños de medidas repetidas. Se organiza en los siguientes 4 puntos:

1. Datos longitudinales y medidas repetidas. Los sujetos, el tiempo, las variables predictoras y las medidas. Conceptos fundamentales

2. Modelos de análisis en el Modelo Lineal General. Modelo univariado y modelo multivariado.

3. Modelos de análisis en el Modelo Lineal Mixto. Modelo marginal. Modelo de interceptos aleatorios. Modelo de pendientes aleatorias.

4. Etapas en el proceso de modelado. Especificación, ajuste, evaluación e interpretación del modelo.

Se ejemplificará en distintas bases de datos el modo de operar, se interpretarán los resultados y se ilustrará cómo presentar los hallazgos empíricos.

Datos longitudinales y medidas repetidas. Los sujetos, el tiempo, las variables predictoras y las medidas. Conceptos fundamentales

1.- Características de los datos longitudinales

- **1.A. Niveles de análisis: relaciones entre sujetos y dentro de los sujetos (como mínimo)**
- **1.B. Examen de la fluctuación entre observaciones del mismo sujeto y examen del cambio experimentado en el tiempo**

2.- Características de los modelos longitudinales

- **2. 1. Modelo de Medias y Modelo de Varianzas. Inseparables y coordinados**
- **2. B. El ancho de banda de los modelos multinivel**
- **2. C. Formatos de datos en los marcos de modelado**
- **2. D. Las variables de resultados. Características**

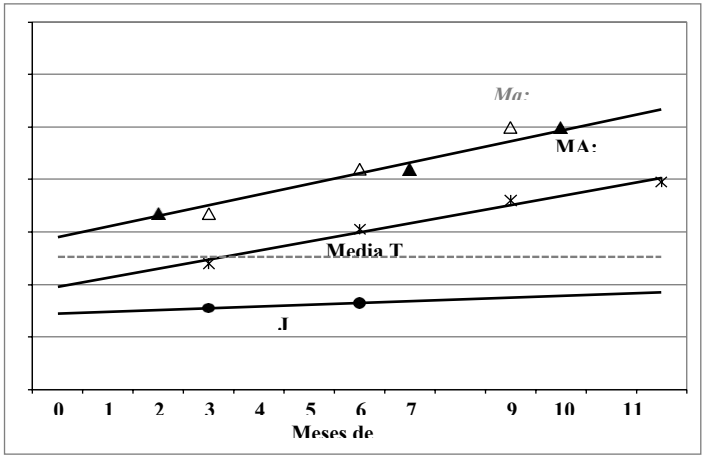
3. Ventajas sobre los modelos lineales generales

- **3.A. El Modelado de la Dependencia**
- **3.B. Predictores en múltiples niveles de análisis**
- **3.C. No requiere ni datos completos ni las mismas observaciones de tiempo en todos los sujetos**
- **3.D. Diferentes diseños de medidas repetidas**

Formatos de datos en los marcos de modelado

Modo univariado					Modo multivariado					
id	Tiempo	Trat	Peso	Calorias	id	Trat	P1	P2	C1	C2
1	1	1	50	3500	1	1	50	52	3500	3700
1	2	1	52	3200	2	1	60	63	3670	3700
2	1	1	60	3670	3	2	45	40	2150	2000
2	2	1	63	3700	4	2	80	75	2500	2100
3	1	2	45	2150						
3	2	2	40	2000						
4	1	2	80	2500						
4	2	2	75	2100						

No requiere, ni datos completos, ni las mismas observaciones de tiempo en todos los sujetos



Ejemplo de datos incompletos y datos no balanceados.

Analizando diseños de medidas repetidas con SPSS. Del Modelo Lineal General al Modelo Lineal Mixto

En este curso se ilustrará el modo de extraer la mayor cantidad de información posible del análisis de datos recogidos mediante diseños de medidas repetidas. Se organiza en los siguientes 4 puntos:

1. Datos longitudinales y medidas repetidas. Los sujetos, el tiempo, las variables predictoras y las medidas. Conceptos fundamentales
2. Modelos de análisis en el Modelo Lineal General. Modelo univariado y modelo multivariado.
3. Modelos de análisis en el Modelo Lineal Mixto. Modelo marginal. Modelo de interceptos aleatorios. Modelo de pendientes aleatorias.
4. Etapas en el proceso de modelado. Especificación, ajuste, evaluación e interpretación del modelo.

Se ejemplificará en distintas bases de datos el modo de operar, se interpretarán los resultados y se ilustrará cómo presentar los hallazgos empíricos.

Modelos de análisis en el Modelo Lineal General. Modelo univariado y modelo multivariado.

Material
Diapositivas Segundo Tramo

Gráficos y Tablas 2 Ejemplos Segundo Tramo
Sintaxis Ejemplo 1
Sintaxis Ejemplo 2

Diferentes modelos de diseños experimentales.

D. Complet. Aleatorizado

Factor A			
A1	**A2**	**A3**	**A4**
S1	S2	S3	S4
S5	S6	S7	S8
S9	S10	S11	S12
S13	S14	S15	S16

Boques no replicado

	Factor A			
Bloque	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**
B1	S2	S3	S4	S5
B2	S6	S7	S8	S9
B3	S10	S11	S12	S13
B4	S14	S15	S16	S17
B5	S18	S19	S20	S21

Medidas repetidas

	Factor A			
Sujetos	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**
S1	S1	S1	S1	S1
S2	S2	S2	S2	S2
S3	S3	S3	S3	S3
S4	S4	S4	S4	S4
S5	S5	S5	S5	S5

Medidas parcialmente repetidas

		Factor A			
Factor B	**Sujetos**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**
B1	**S1**	S1	S1	S1	S1
	S2	S2	S2	S2	S2
	S3	S3	S3	S3	S3
B2	**S4**	S4	S4	S4	S4
	S5	S5	S5	S5	S5
	S6	S6	S7	S8	S9

<u>Modelo Lineal General</u>

<u>Modelos de diseños entre grupos</u>

Modelo nulo, modelo vacío $Y_{ij} = \mu + e_{ij}$

Modelo de medias $Y_{ij} = \mu_j + e_{ij}$

Modelos de efectos

$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + e_{ij}$ Modelo Diseño completamente aleatorizado

$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + e_{ijk}$ Modelo Factorial completamente aleatorizado

$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + e_{ijk}$ Modelo de Bloques (1 v Blq. Fija) completamente aleatorizado

$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + b_k + (\alpha b)_{jk} + e_{ijk}$ Modelo de Bloques (1 v Blq. Aleatoria) completamente aleatorizado

$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \beta_k + e_{ijk}$ Modelo Factorial o de Bloques Fija. Interacción no estadísticamente significativa
$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + b_k + e_{ijk}$ Modelo Factorial o de Bloques Aleatoria. Interacción no estadísticamente significativa

<u>Modelos de diseños intragrupos</u>

Modelo nulo, modelo vacío $Y_{ij} = \mu + s_i + e_{ij}$

Modelo de medias. Una Variable Intrasujeto $Y_{ij} = \mu_j + s_i + e_{ij}$

Modelo de efectos

$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + s_i + e_{ij}$ Modelo de diseño de medidas totalmente repetidas (1 factor intrasujeto)

Modelo de medias. Dos Variables Intrasujeto $Y_{ij} = \mu_{jk} + s_i + e_{ij}$
Modelo de efectos

$Y_{ijk} = \mu + s_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + (s\alpha)_{ij} + (s\beta)_{ik} + e_{ijk}$ Modelo de diseño factorial intrasujeto (2 factores intrasujeto)

$Y_{ijk} = \mu + s_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \cancel{(s\alpha)_{ij}} + \cancel{(s\beta)_{ik}} + e_{ijk}$ Modelo de diseño factorial intrasujeto (2 factores intrasujeto)

Modelo de medias. Una Variable Intrasujeto y Una Variable EntreSujetos $Y_{ij} = \mu_{jk} + s_{i(j)} + e_{ij}$
Modelo de efectos
$Y_{ijk} = \mu + s_{i(j)} + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + e_{ijk}$ Modelo de diseño de medidas parcialmente repetidas (2 factores, uno entre-sujetos y otro intrasujeto)

En todo Modelo Estadístico hay una parte que representa al modelo de las medias y otra parte que representa al modelo de la varianza

Dos ejemplos.

Ejemplo 1. Diseño de dos grupos aleatorizados con medida pre y post.

Considere un ejemplo hipotético: un investigador está interesado en examinar los efectos de un nuevo enfoque de enseñanza en la asignatura de matemáticas en el resultado del aprendizaje de estudiantes de primaria (M = 53,34, SD = 6,35, rango = 37,54 a 68,62). El investigador asigna aleatoriamente 25 estudiantes a un grupo de control (grupo = 1) y 25 estudiantes a un grupo de tratamiento (grupo = 2), y recopila datos de los estudiantes al comienzo del semestre (medida pre tiempo = 1) y nuevamente al final del semestre (medida post en el tiempo = 2). No hay datos faltantes.

Ejemplo 2. Diseño de medidas totalmente repetidas no experimental

Considere un ejemplo hipotético: un investigador está interesado en evaluar la rapidez en la toma de decisiones de personas de 80 años de edad diagnosticadas de deterioro cognitivo leve. N=101. Se les presentaban dos series de palabras y tenían que juzgar con la mayor precisión posible si eran palabras sinónimas o no. La variable dependiente era la media en el tiempo de respuesta en milisegundos. Fueron evaluados en 6 ocasiones (sesiones) distancias 3 días. En todas las sesiones las palabras presentadas eran de idéntica dificultad y todas conocidas por los ancianos

Ejemplo 1. Diseño de dos grupos aleatorizados con medida pre y post.

Considere un ejemplo hipotético: un investigador está interesado en examinar los efectos de un nuevo enfoque de enseñanza en la asignatura de matemáticas en el resultado del aprendizaje de estudiantes de primaria (M = 53,34, SD = 6,35, rango = 37,54 a 68,62). El investigador asigna aleatoriamente 25 estudiantes a un grupo de control (grupo = 1) y 25 estudiantes a un grupo de tratamiento (grupo = 2), y recopila datos de los estudiantes al comienzo del semestre (medida pre tiempo = 1) y nuevamente al final del semestre (medida post en el tiempo = 2). No hay datos faltantes.

Modelo Vacío EntreSujetos e IntraSujetos

$y_{ti} = \beta_0 + e_{ti}$ Modelo vacío entre-sujetos. Panel superior de la figura
$y_{ti} = \beta_0 + U_{0i} + e_{ti}$ Modelo vacío intra-sujeto. Panel inferior de la figura

Correlación intraclase

$$ICC = \frac{Variación\ EntreS}{Variación\ EntreS - Variación\ IntraS} = \frac{Var\ (U_{0i})}{Var\ (U_{0i}) + Var(e_{ti})} = \frac{\tau_U^2}{\tau_U^2 + \sigma_e^2}$$

$$ICC = \frac{12.25}{12.25 + 28.21} = .30$$

Modelo EntreS: G= $\begin{bmatrix} var(y_1) & Cov\ (y_1, y_2) \\ Cov\ (y_1, y_2) & var(y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40.34 & 0 \\ 0 & 40.34 \end{bmatrix}$

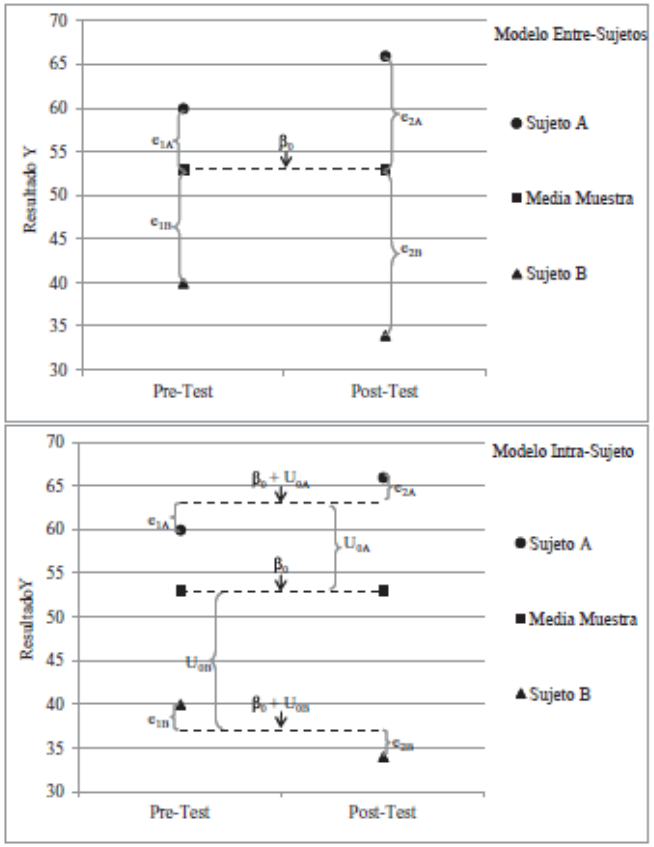
Modelo IntraS: G= $\begin{bmatrix} var(y_1) & Cov\ (y_1, y_2) \\ Cov\ (y_1, y_2) & var(y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 + \tau_U^2 & \tau_U^2 \\ \tau_U^2 & \sigma_e^2 + \tau_U^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40.46 & 12.25 \\ 12.25 & 40.46 \end{bmatrix}$

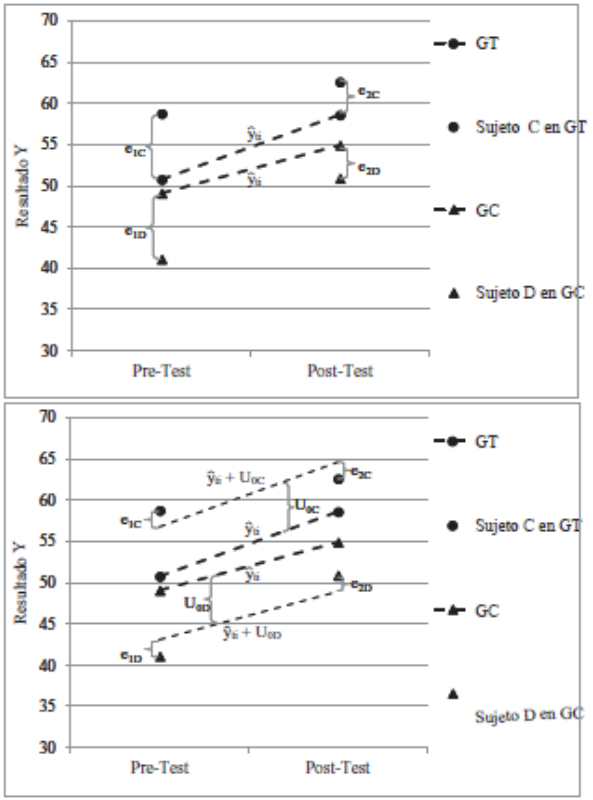
$$Varianza\ (y_t) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \quad (y_{ti} - \hat{y}_{ti})^2}{N - k}$$

$$Covarianza\ (y_1, y_2) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \quad (y_{1i} - \hat{y}_{1i})(y_{2i} - \hat{y}_{2i})}{N - k}$$

$$Correlación\ (y_1, y_2) = \frac{Cov(y_1, y_2)}{\sqrt{var(y_1)} * \sqrt{var(y_2)}} = \frac{\tau_U^2}{\sqrt{\tau_U^2 + \ \sigma_e^2} * \sqrt{\tau_U^2 + \ \sigma_e^2}} = \frac{12.25}{40.46} = .30$$

Figura. Ilustración de Modelos para la varianza con los datos de dos sujetos hipotéticos. **Izquierda:** Modelo Vacío Entre-Sujetos (arriba) y Modelo vacío Intra-Sujetos (abajo). Los sujetos no se suponen en ningún grupo; **Derecha**: Modelo Condicional Entre-Sujetos (arriba) y del Modelo condicional Intra-Sujetos (abajo). Los sujetos están en distintos Grupos.





$y_{ti} = \beta_0 + e_{ti}$ Modelo vacío entre-sujetos. Panel superior $y_{ti} = \beta_0 + U_{0i} + e_{ti}$ Modelo vacío intra-sujeto. Panel inferior	Modelo EntreS $y_{ti} = \beta_0 + \beta_1(Tiempo_{ti}) + \beta_2(Grupo_i) + \beta_3(Tiempo_{ti})(Grupo_i) + e_{ti}$ Modelo IntraS $y_{ti} = \beta_0 + \beta_1(Tiempo_{ti}) + \beta_2(Grupo_i) + \beta_3(Tiempo_{ti})(Grupo_i) + U_{0i} + e_{ti}$

Modelo Condicional EntreSujetos e IntraSujetos

Modelo EntreS

$$y_{ti} = \beta_0 + \beta_1(Tiempo_{ti}) + \beta_2(Grupo_i) + \beta_3(Tiempo_{ti})(Grupo_i) + e_{ti}$$

Modelo IntraS

$$y_{ti} = \beta_0 + \beta_1(Tiempo_{ti}) + \beta_2(Grupo_i) + \beta_3(Tiempo_{ti})(Grupo_i) + U_{0i} + e_{ti}$$

$$ICC = \frac{Variación\ EntreS}{Variación\ EntreS - Variación\ IntraS} = \frac{Var\ (U_{0i})}{Var\ (U_{0i}) + Var(e_{ti})} = \frac{\tau_U^2}{\tau_U^2 + \sigma_e^2}$$

$$ICC = \frac{22.78}{22.78 + 4.45} = .84$$

Tabla .- Resultados de modelos Entre-sujetos e Intra-sujetos para los el Ejemplo 1. Medida de aprendizaje en distintas ocasiones

		Modelos Vacíos						Modelos Condicionales					
		Modelo 1. EntreSujetos			Modelo 2. IntraSujetos			Modelo 1. EntreSujetos			Modelo 2. IntraSujetos		
Parámetros del modelo		Est	ES	*p*	Est	ES	*p*	Est	ES	*p*	Est	ES	*p*
Modelo para las medias													
Intercepto	β_0	53.34	.64	**.001**	53.34	.73	**.001**	49.08	1.04	**.001**	49.08	1.04	**.001**
Tiempo													
GC	β_1							5.82	1.48	**.001**	5.82	.60	**.001**
GE	$\beta_1 + \beta_3$							7.86	1.48	**.001**	7.86	.60	**.001**
Grupo													
Pre-Test	β_2							1.68	1.48	.260	1.68	1.48	.260
Post-Test	$\beta_2 + \beta_3$							3.72	1.48	**.015**	3.72	1.48	**.015**
Tiempo*Grupo													
Diferencia de Diferencia	β_3							2.04	2.09	.333	2.04	.84	**.019**
Medias predichas													
GC, Pre-Test	β_0							49.08	1.04	**.001**	49.08	1.04	**.001**
GC, Post-Test	$\beta_0 + \beta_1$							54.90	1.04	**.001**	54.90	1.04	**.001**
GT, Pre-Test	$\beta_0 + \beta_2$							50.76	1.04	**.001**	50.76	1.04	**.001**
GT, Post-Test	$\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$							58.62	1.04	**.001**	58.62	1.04	**.001**
Modelo para las varianzas													
Varianza residual	σ_e^2	40.34	5.73	.001	28.21	5.64	.001	27.22	3.93	.001	4.45	.91	.001
Varianza Intercepto	$\tau_{U_0}^2$				12.25	6.03	**.042**			.001	22.78	5.12	.001
Correlación Intraclase		0			.30			0			.84		
Ajuste del Modelo. REML													
Número total de parámetros		2			3			5			6		
-2LL		651.58			646.89			602.50			544.64		
AIC		653.38			659.80			604.50			548.69		
BIC		650.08			656			607.07			553.82		

Ejemplo 2. Diseño de medidas totalmente repetidas no experimental.

Considere un ejemplo hipotético: un investigador está interesado en evaluar la rapidez en la toma de decisiones de personas de 80 años de edad diagnosticadas de deterioro cognitivo leve. N=101. Se les presentaban dos series de palabras y tenían que juzgar con la mayor precisión posible si eran palabras sinónimas o no. La variable dependiente era la media en el tiempo de respuesta en milisegundos. Fueron evaluados en 6 ocasiones (sesiones) distancias 3 días. En todas las sesiones las palabras presentadas eran de idéntica dificultad y todas conocidas por los ancianos

Modelo saturado de medias. Modelo de análisis de la varianza, ya sea univariado, o multivariado.

$$\widehat{Tr}_{ti} = \beta_0 + \beta_1(T1_{ti}) + \beta_2(T2_{ti}) + \beta_3(T3_{ti}) + +\beta_3(T4_{ti}) + +\beta_3(T5_{ti})$$

Tres modos de análisis de la varianza

1.- Modelo 1. Análisis de la varianza para el Modelo Univariado EntreS. Matriz ID.
2.- Modelo 2. Análisis de la varianza para el Modelo Univariado IntraS (de medidas repetidas). Matriz SC
3.- Modelo 3. Análisis de la varianza para el Modelo Multivariado IntraS (medidas repetidas). Matriz NE

$$ICC = \frac{Variación\ EntreS}{Variación\ EntreS - Variación\ IntraS} = \frac{Var\ (U_{0i})}{Var\ (U_{0i}) + Var(e_{ti})} = \frac{\tau_U^2}{\tau_U^2 +\ \sigma_e^2}$$

$$ICC = \frac{\tau_U^2}{\tau_U^2 +\ \sigma_e^2} = \frac{202677}{(202677\ +\ 34316)} = .86$$

-El supuesto de simetría combinada o de simetría compuesta es una condición suficiente para que el estadístico F tenga una distribución F con (t-1) y (t-1)(n-1) gl, no es una condición necesaria para que se cumpla el supuesto de esfericidad.

-Conviene tener presente que los datos empíricos raramente exhiben esfericidad o simetría compuesta perfectas.
-Una prueba estadística para probar el supuesto de esfericidad de una matriz de cvarianzas covarianzas fue propuesta por Mauchly (1940). La prueba de Mauchly se distribuye como χ^2 con [t(t-1)/2]-1 gl y varía de 0 a 1, donde 0 corresponde a una matriz de covarianzas que presenta una desviación máxima del patrón de esfericidad, y 1 corresponde a una matriz de covarianzas que presenta esfeicidad perfecta.
-Conviene tener en cuenta que esta prueba de Mauchly no produce resultados válidos cuando los datos se desvían de la normalidad o en el caso de tamaños muestrales pequeños, n<10.

-Cuando no se cumple el supuesto de esfericidad, Box (1954) y Geisser y Greenhouse (1958) demostraron que el estadístico F_A para probar la H_0 de que no hay efectos debido al factor intrasujeto se distribuye según
$F_{\varepsilon(t-1),\epsilon(t-1)(n-1)}$

Donde ε es un parámetro que evalúa el grado de violación del supuesto de esfericidad. Y se utiliza para corregir tal violación reduciendo los grados de libertad del numerador y del denominador de la razón F, y es función de la matriz de covarianzas V(Y)=V para el conjunto de unidades experimentales.
-El SPSS devuelve el épsión de Geisser-Greenhouse, el épsilon de Huynh-Feldt, y una versión ultraconservadora de ε, que coincide con: $\varepsilon_{LI} = 1/(t-1)$. Esta se aconseja ante casos severos de violación de la esfericidad. Para los casos menos severos, es preferible el cálculo de épsilon propuesto por H-F.

-$\hat{\varepsilon}_{GG}$, $\tilde{\varepsilon}_{HF}$ y ε_{LI}

Comparación de modelos alternativos para datos longitudinales

-La idea de ajuste relativo del modelo significa que ninguno de estos índices puede decirnos si un modelo dado se ajusta a los datos en un sentido absoluto, pero estos índices pueden decirnos cuál de los modelos competidores se ajusta relativamente mejor.

Cómo hacerlo. Procedimiento

DESVIANZA: ***−2 log likelihood (-2LL)***.
P**rueba de diferencia de desvianzas de −2ΔLL** (conocida más generalmente como **prueba de razón de verosimilitud**, como se presentará en el capítulo 5) implica tres pasos:

(1) Calcular la diferencia de desvianzas como:

$-2\Delta LL = -2LL_{MENOR\#} - 2LL_{MAYOR\#}$. El modelo con menos parámetros tendrá un -2LL más alto que el modelo con más parámetros, por lo que el -2ΔLL será positivo.

(2) Calcular la diferencia en el número de parámetros del modelo como:
$\Delta df = df_{MAYOR\#} - df_{MENOR\#}$ (vamos, esto es para que de positivo, pero bueno, se hace en valor absoluto y listo

(3) Comparar la diferencia de desviación de $-2\Delta LL$ con una distribución χ^2 con grados de libertad = Δdf y su nivel alfa elegido (por ejemplo, $\alpha < .05$). Si el valor de $-2\Delta LL$ excede el valor crítico de χ^2 para esos *gl*, entonces la diferencia en el ajuste del modelo es significativa, el modelo con más parámetros se ajusta mejor que el modelo con menos parámetros (o equivalentemente, el modelo con menos parámetros se ajusta peor que el modelo con más parámetros).

-Sin embargo, también consideraremos dos índices que tienen en cuenta la parsimonia del modelo. Criterio de información de Akaike y criterio de Schwarz).

AIC= -2LL + 2*(# parámetros)
BIC= -2LL + log (N)*(# parámetros) .

-Los dos criterios de ajuste penalizan en función del número de parámetros. Pero si la muestra es muy grande, mayor de 100, BIC será siempre mayor que AIC
-**Los valores más pequeños indican** un mejor ajuste del modelo para ambos índices.
-El término **parsimonia** refleja **un equilibrio entre la complejidad del modelo y el ajuste del modelo**.

- **Prueba de diferencia de desvianzas de −2ΔLL sólo se puede utilizar cuando se compara el ajuste de modelos anidados.**

-Los criterios de información se pueden utilizar con modelos anidados y no anidados

-**Aunque el ajuste de cualquier modelo (indexado por su valor -2LL) mejorará agregando más parámetros**, **la mejora debe ser significativa** para que se conserve el modelo más complejo. **Por tanto, si dos modelos logran el mismo grado de ajuste, se prefiere el modelo más parsimonioso, el modelo que tenga menos parámetros.**

Tres decisiones importantes realizando comparación de modelos

Primero, ¿**los modelos que se van a comparar están anidados o no están anidados? .** Es decir, ¿se puede ver un modelo como un subconjunto del otro, de modo que solo necesitemos agregar **O** eliminar parámetros para pasar de un modelo al otro?

Modelo A= Tiempo + Grupo
Modelo B= Tiempo + Grupo + Género
Modelo C=Tiempo+ Género + Lugar

Segundo, ¿los modelos que se van a comparar difieren con respecto a su modelo para las medias, su modelo para la varianza o difieren en ambos lados a la vez? .Debemos saber exactamente en qué se diferencian. Todos los modelos estadísticos tienen dos lados: el modelo para las medias y el modelo para la varianza.
El modelo de las medias describe cómo los efectos fijos de los predictores estiman los valores de resultado esperados
El modelo de la varianza describe cómo se distribuyen y relacionan los residuos del modelo entre las observaciones, y los efectos aleatorios del modelo
Tercero: finalmente, después de determinar si los modelos a comparar están anidados o no y exactamente en qué difieren, debemos considerar qué estimador se ha utilizado: **máxima verosimilitud (ML) o máxima verosimilitud restringida (residual) (REML).**

Tabla .- Varianzas, Covarianzas, Correlaciones, medidas y SE predichos para diferentes modelos de Análisis de la varianza para el Segundo ejemplo. Resultados de rapidez en la toma de decisiones, emdia en mlsg en 6 ocasiones. **Tres enfoques diferentes de ANOVA de medidas repetidas**

Modelo 1. Análisis de la varianza para el Modelo Univariado EntreS. Matriz ID.													
Ocasión							Parámetros	-2ll	AIC	BIC			
1	236812.97	.00	.00	.00	.00	.00	1 + (1+t-1)	9155	9157.4	9160.0			
2	.00	236812.97	.00	.00	.00	.00							
3	.00	.00	236812.97	.00	.00	.00							
4	.00	.00	.00	236812.97	.00	.00				$\begin{bmatrix} \sigma_e^2 & \dots\dots\dots\dots & 0 \\ & \sigma_e^2 & \\ 0 & \dots\dots\dots\dots & \sigma_e^2 \end{bmatrix}$			
5	.00	.00	.00	.00	236812.97	.00	σ_e^2 = 136812.97						
6	.00	.00	.00	.00	.00	236812.97							
							$F_{\alpha,(t-1),t(n-1)}$						
Media	1961.89	1815.17	1750.03	1717.80	1707.18	1672.14	$F_{(5,\ 600)}$=4.73; *p*<.001						
SE	48.42	48.42	48.42	48.42	48.42	48.42							
Modelo 2. Análisis de la varianza para el Modelo Univariado IntraS (de medidas repetidas). Matriz SC													
Ocasión							Parámetros	-2ll	AIC	BIC			
1	236812.97	202676.76	202676.76	202676.76	202676.76	202676.76	2 +(1+t-1)	8353.4	8357.4	8362.6			
2	.86	236812.97	202676.76	202676.76	202676.76	202676.76	$F_{\alpha,(t-1),(t-1)(n-1)}$						
3	.86	.86	236812.97	202676.76	202676.76	202676.76	$F_{(5,\ 500)}$=32.84; *p*<.001						
4	.86	.86	.86	236812.97	202676.76	202676.76							
5	.86	.86	.86	.86	236812.97	202676.76	τ_U^2= 202677			$\begin{bmatrix} \sigma_e^2+\tau_U^2 & \dots\dots & \tau_U^2 \\ & \sigma_e^2+\tau_U^2 & \\ \tau_U^2 & \dots\dots & \sigma_e^2+\tau_U^2 \end{bmatrix}$			
6	.86	.86	.86	.86	.86	236812.97	σ_e^2 = 34316						
							$ICC = \frac{\tau_U^2}{\tau_U^2 + \sigma_e^2} = \frac{202677}{(202677\ +\ 34316)} = .86$						
Media	1961.89	1815.17	1750.03	1717.80	1707.18	1672.14							
SE	48.42	48.42	48.42	48.42	48.42	48.42							
Modelo 3. Análisis de la varianza para el Modelo Multivariado IntraS (medidas repetidas). Matriz NE													
Ocasión							Parámetros	-2ll	AIC	BIC			
1	301985.34	235658.84	217994.11	202606.87	192153.80	195360.13	21 +(1+t-1)	8229.9	8271.8	8326.7			
2	.84	259150.07	230216.77	213231.68	202092.00	193268.26	[t(t+1)]/2						
3	.82	.94	233368.00	205208.97	196918.66	188604.43	$F_{\alpha,(t-1),N-1}$ En MLM (*gl*=100)						
4	.79	.90	.91	217543.65	193675.59	185320.93	$F_{\alpha,(t-1),N-(t-1)}$ ó $_{N+t-1}$ En MLG (*gl*=96)						
5	.76	.86	.89	.90	212097.58	187840.34	$F_{(5,\ 100)}$=16.72; *p*<.001			$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \dots\dots\dots\dots & \sigma_{1t}^2 \\ & \sigma_{22}^2 & \\ \sigma_{n1}^2 & \dots\dots\dots & \sigma_{nt}^2 \end{bmatrix}$			
6	.80	.86	.88	.90	.92	196733.17							
Media	1961.893	1815.172	1750.035	1717.796	1707.176	1672.136							
SE	54.680	50.654	48.068	46.410	45.825	44.134	Si α=.10=χ_1^2 *crítico* = 2.71						
Otro Modo[$\Delta\chi_1^2$= 802.1, *p* <.001]			EntreS *versus* $IntraS_{UNIVARIADO(CS)}$				-2ΔLL= 9155.4-8353.4= 802; Δ*df*=2-1=1; $\chi^2_{0.05}$ (1)=3.84 (***p*=1.98E^{-176}**) // **[-2ΔLL(~1)= 802; *p*=1.98E]**						
	$IntraS_{UNIVARIADO(CS)}$ *versus* $Intra_{MULTIVARIADO(NE)}$						-2ΔLL= 8353.4-8229.8= 123; Δ*df*=21-2=19; $\chi^2_{0.05}$(19)=30.14 (***p*=2.35E^{-17}**)// **[-2ΔLL(19)= 123.6; *p*=1.98E]**						

Tabla de matrices de covarianza posibles asumidas por los enfoques del Análisis de la Varianza

$$\Sigma_{ID} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_e^2 \end{bmatrix}$$ Tiene 1 parámetro

$$\Sigma_{SC} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 + \tau_U^2 & \tau_U^2 & \tau_U^2 \\ \tau_U^2 & \sigma_e^2 + \tau_U^2 & \tau_U^2 \\ \tau_U^2 & \tau_U^2 & \sigma_e^2 + \tau_U^2 \end{bmatrix}$$ Tiene 2 parámetros; $\Sigma_{SC} = \sigma_e^2 + \tau_U^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho_i & \rho_i \\ \rho_i & 1 & \rho_i \\ \rho_i & \rho_i & 1 \end{bmatrix}$

$$\Sigma_{HF} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \frac{\sigma_1^2+\sigma_2^2}{2} + \lambda & \frac{\sigma_1^2+\sigma_3^2}{2} + \lambda \\ \frac{\sigma_2^2+\sigma_1^2}{2} + \lambda & \sigma_2^2 & \frac{\sigma_2^2+\sigma_3^2}{2} + \lambda \\ \frac{\sigma_3^2+\sigma_1^2}{2} + \lambda & \frac{\sigma_3^2+\sigma_2^2}{2} + \lambda & \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$ Tiene (t+1) parámetros; $\sigma_{d_{tt'}}^2 = \sigma_t^2 + \sigma_{t'}^2 - 2\sigma_{tt'} = 2\lambda$; $\sigma_{d_{tt'}}^2 = \frac{\sigma_t^2 + \sigma_{t'}^2}{2} + \lambda$

****

$$\Sigma_{NE} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{22} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$ Tiene t(t+1)/2 parámetros

Tablas Tercer tramo. Describir y evaluar la fluctuación Intra-Sujeto a lo largo del tiempo

Tabla. Estadísticos descriptivos del tercer ejemplo. Evaluación del estado de ánimo (en escala Likert 1-5) durante 7 días.

Resúmenes de casos

EstadoAnimo: Estado de ánimo (1 a 5)

DiaRegistro: (1 a 7)	N	Mínimo	Máximo	Suma	Media	Desviación estándar
1	192	2	5	710	3,70	,759
2	195	2	5	733	3,76	,742
3	194	2	5	717	3,70	,751
4	197	2	5	729	3,70	,760
5	197	2	5	737	3,74	,730
6	196	2	5	725	3,70	,711
7	199	2	5	740	3,72	,745
Total	1370	2	5	5093	3,72	,742

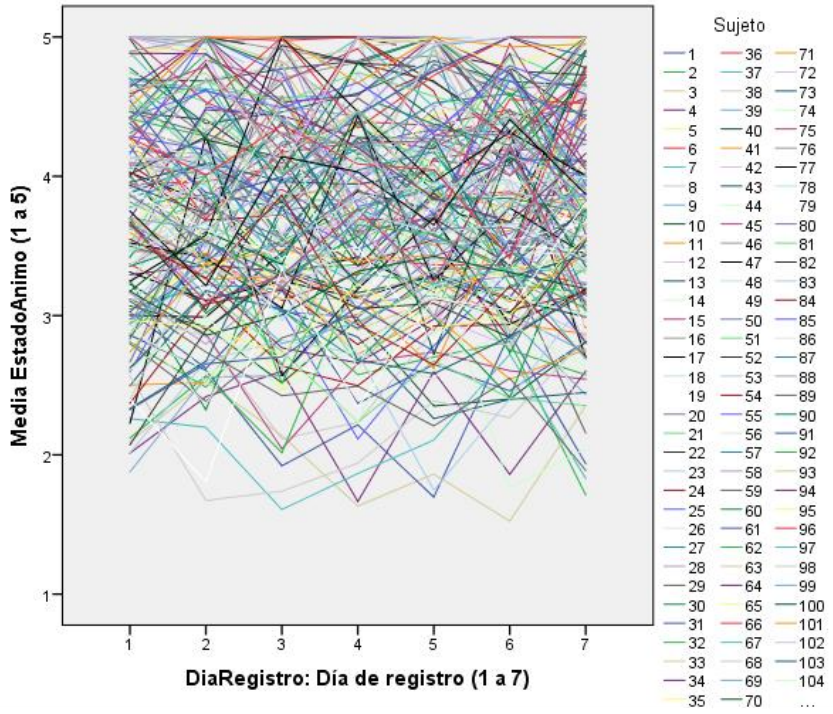


Tabla. Ajuste y comparación de modelos para modelos de estructura de covarianza **sólo R** para el Tercer ejemplo. Resultados de estado de ánimo recogidos a lo largo de los 7 días de la semana

Modelos sólo R	**Parámetros de varianza(#)**	**-2LL**	**AIC**	**BIC**
No Estructurada (UN_t)	28	1983	2039	2131
Simetría Compuesta (CS)	2	2029	2033	2040
Simetría Compuesta Heterogénea (CSH)	8	2016	2042	2068
Auto-Regresiva (AR1)	2	2280	2284	2290
Auto-Regresiva Heterogénea (AR1H)	8	2278	2294	2320
t-1 Lag Toeplitz ($TOEP_T$)	7	2010	2024	2047
t-1 Lag Toeplitz Heterogénea ($TOEP_TH$)	13	2008	2034	2076
Prueba de diferencia de desvianza	Δdf	**-2ΔLL**	**P<**	
Probando (UN_t) versus otras				
UN_t vs. CS	26	46.1	.009	
UN_t vs. CSH	20	43	.002	
UN_t vs. AR1	26	296.7	.001	
UN_t vs. AR1H	20	294.6	.001	
UN_t vs. $TOEP_T$	21	26.8	.178	
UN_t vs. $TOEP_TH$	15	24.5	.058	
Probando heterogeneidad de la varianza				
CHS vs. CS	6	3.1	.796	
AR1H vs. AR1	6	2.1	.912	
$TOEP_TH$ vs. $TOEP_T$	6	2.3	.885	
Probando estructuras de correlación anidadas				
$TOEP_T$ vs. CS	5	19.3	.002	
$TOEP_T$ vs. AR1	5	269.9	.001	
$TOEP_TH$ vs. CSH	5	18.5	.002	
$TOEP_TH$ vs. AR1H	5	270.1	.001	

Tabla.- Sólo Matriz R. Diferentes Modelos de Estructura de covarianza

	Parámetros	**Día**	**1**	**2**	**3**	**4**
No Estructurada (UN_t)	t(t+1)/2 Total varianzas y covarianzas	**1**	σ^2_{T1}	σ_{T1T2}	σ_{T1T3}	σ_{T1T4}
		2	σ_{T2T1}	σ^2_{T2}	σ_{T2T3}	σ_{T2T4}
		3	σ_{T3T1}	σ_{T3T2}	σ^2_{T3}	σ_{T3T4}
		4	σ_{T4T1}	σ_{T4T2}	σ_{T4T3}	σ^2_{T4}
Simetría Compuesta (CS)	2 1 Covarianza ($\tau^2_{U_0}$) también llamada CS 1 Varianza residual (σ^2_e)	**1**	$\tau^2_{U_0} + \sigma^2_e$	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0}$
		2	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0} + \sigma^2_e$	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0}$
		3	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0} + \sigma^2_e$	$\tau^2_{U_0}$
		4	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0}$	$\tau^2_{U_0} + \sigma^2_e$
Simetría Compuesta Heterogénea (CSH)	t+1 t Varianzas totales (σ^2_{Tt}) 1 Correlación total (CSH) Crea las covarianzas distintas	**1**	σ^2_{T1}	$CHS\sigma_{T1T2}$	$CHS\sigma_{T1T3}$	$CHS\sigma_{T1T4}$
		2	$CHS\sigma_{T2T1}$	σ^2_{T2}	$CHS\sigma_{T2T3}$	$CHS\sigma_{T2T4}$
		3	$CHS\sigma_{T3T1}$	$CHS\sigma_{T3T2}$	σ^2_{T3}	$CHS\sigma_{T3T4}$
		4	$CHS\sigma_{T4T1}$	$CHS\sigma_{T4T2}$	$CHS\sigma_{T4T3}$	σ^2_{T4}

Tabla.- Sólo Matriz R. Diferentes Modelos de Estructura de covarianza (continuación 1)

	Parámetros	Día	1	2	3	4
Auto-Regresiva (AR1)	2 1 Varianza total (σ_T^2) 1 Autocorr. total (r_T)	**1**	σ_T^2	$r_T^1\sigma_T^2$	$r_T^2\sigma_T^2$	$r_T^3\sigma_T^2$
		2	$r_T^1\sigma_T^2$	σ_T^2	$r_T^1\sigma_T^2$	$r_T^2\sigma_T^2$
		3	$r_T^2\sigma_T^2$	$r_T^1\sigma_T^2$	σ_T^2	$r_T^1\sigma_T^2$
		4	$r_T^3\sigma_T^2$	$r_T^2\sigma_T^2$	$r_T^1\sigma_T^2$	σ_T^2
Auto-Regresiva Heterogénea (ARH1)	t+1 t Varianzas (σ_{Tt}^2) 1 Autocorr. total (r_T)	**1**	σ_{T1}^2	$r_T^1\sigma_{T1T2}$	$r_T^2\sigma_{T1T3}$	$r_T^3\sigma_{T1T4}$
		2	$r_T^1\sigma_{T2T1}$	σ_{T2}^2	$r_T^1\sigma_{T2T3}$	$r_T^2\sigma_{T2T4}$
		3	$r_T^2\sigma_{T3T1}$	$r_T^1\sigma_{T3T2}$	σ_{T3}^2	$r_T^1{}_{T3T4}$
		4	$r_T^3\sigma_{T4T1}$	$r_T^2\sigma_{T4T2}$	$r_T^1\sigma_{T4T3}$	σ_{T4}^2

Tabla.- Sólo Matriz R. Diferentes Modelos de Estructura de covarianza (continuación 2)

	Parámetros	Día	1	2	3	4
t-1 Lag Toeplitz (TOEP$_T$)	t 1 Varianza total (σ_T^2) t-1 Covarianzas totales bandeadas (C_{tb})	**1**	σ_T^2	C_{T1}	C_{T2}	C_{T3}
		2	C_{T1}	σ_T^2	C_{T1}	C_{T2}
		3	C_{T2}	C_{T1}	σ_T^2	C_{T1}
		4	C_{T3}	C_{T2}	C_{T1}	σ_T^2
t-1 Lag Toeplitz Heterogénea (TOEP$_T$)	t+(t+1) t Varianzas (σ_{Tt}^2) t-1 Correlaciones totales bandeadas (r_{tb})	**1**	σ_{T1}^2	$r_{T1}\sigma_{T1T2}$	$r_{T2}\sigma_{T1T3}$	$r_{T3}\sigma_{T1T4}$
		2	$r_{T1}\sigma_{T2T1}$	σ_{T2}^2	$r_{T1}\sigma_{T2T3}$	$r_{T2}\sigma_{T2T4}$
		3	$r_{T2}\sigma_{T3T1}$	$r_{T1}\sigma_{T3T2}$	σ_{T3}^2	$r_{T1}\sigma_{T3T4}$
		4	$r_{T3}\sigma_{T4T1}$	$r_{T2}\sigma_{T4T2}$	$r_{T1}\sigma_{T4T3}$	σ_{T4}^2

Tabla.- Sólo Matriz R. Diferentes Modelos de Estructura de covarianza para los datos del ejemplo evaluando en 200 personas el estado de ánimo a lo largo de 7 días. Se representan las varianzas, covarianzas y correlación predichas (encima de la diagonal, diagonal principal y por debajo de la diagonal, respectivamente) para los diferentes modelos de varianza.

	Parámetros	**Día**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
No Estructurada (UN_t)	28=t(t+1)/2	**1**	,595	,450	,411	,416	,397	,360	,353
	7 varianzas 21 covarianzas (21 correlaciones también)	**2**	,78	,563	,397	,427	,408	,353	,367
		3	,70	,70	,577	,414	,414	,354	,390
		4	,70	,74	,71	,588	,424	,415	,388
		5	,70	,74	,74	,75	,541	,364	,382
		6	,65	,66	,65	,76	,69	,512	,343
		7	,61	,66	,69	,68	,70	,64	,557
Simetría Compuesta (CS)	2	**1**	,560	,390	,390	,390	,390	,390	,390
	$\tau^2_{U_0}$=CS=Cov$_{TOTAL}$=.390 σ^2_e=.170 $\tau^2_{U_0} + \sigma^2_e$=.560 Correlación igual y constante ICC = $\tau^2_{U_0}$ / $\tau^2_{U_0} + \sigma^2_e$= 0.390 / 0.560 = .700	**2**	,70	,560	,390	,390	,390	,390	,390
		3	,70	,70	,560	,390	,390	,390	,390
		4	,70	,70	,70	,560	,390	,390	,390
		5	,70	,70	,70	,70	,560	,390	,390
		6	,70	,70	,70	,70	,70	,560	,390
		7	,70	,70	,70	,70	,70	,70	,560
Simetría Compuesta Heterogénea(CSH)	8=t+1	**1**	,597	,399	,409	,406	,389	,391	,411
	7 Vσ^2_{Tt} 1 Correlación=CSH=.70 Crea las covarianzas distintas	**2**	,70	,550	,392	,390	,374	,375	,395
		3	,70	,70	,577	,399	,383	,384	,404
		4	,70	,70	,70	,568	,380	,381	,401
		5	,70	,70	,70	,70	,523	,366	,385
		6	,70	,70	,70	,70	,70	,526	,386
		7	,70	,70	,70	,70	,70	,70	,583

Tabla.- Sólo Matriz R. Diferentes Modelos de Estructura de covarianza para los datos del ejemplo evaluando en 200 personas el estado de ánimo a lo largo de 7 días. Se representan las varianzas, covarianzas y correlación predichas (encima de la diagonal, diagonal principal y por debajo de la diagonal, respectivamente) para los diferentes modelos de varianza. (continuación 1)

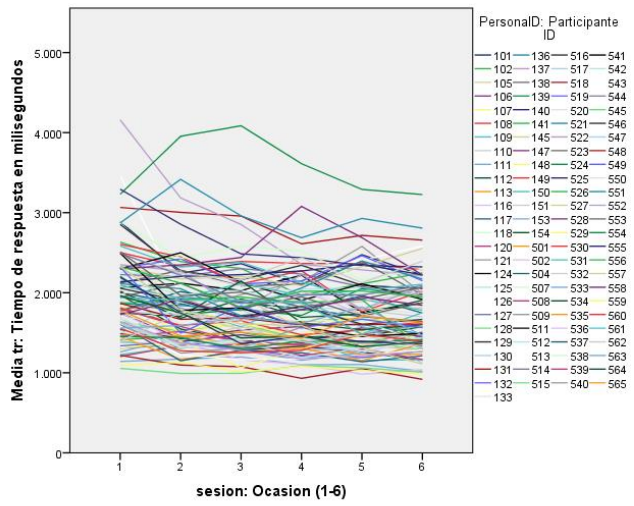
	Parámetros	**Día**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Auto-Regresiva (AR1)	2	1	,563	,401	,286	,204	,145	,104	,074
	1 Vσ_T^2= .563	2	,71	,563	,401	,286	,204	,145	,104
	1 Autocorr. total=r=.71	3	,51	,71	,563	,401	,286	,204	,145
	Lag-1=r_T^1 =.71;	4	,36	,51	,71	,563	,401	,286	,204
	Lag-2=r_T^2=.51;	5	,26	,36	,51	,71	,563	,401	,286
	Lag-3=r_T^3=.36;	6	,18	,26	,36	,51	,71	,563	,401
	Lag-4=r_T^4=.26;	7	,13	,18	,26	,36	,51	,71	,563
	Lag-5=r_T^5=.18;								
	Lag-6=r_T^6=.13;								
Auto-Regresiva Heterogénea (ARH1)	8=t+1	1	,544	,383	,283	,200	,139	,100	,075
	7 Vσ_{Tt}^2	2	,71	,531	,393	,278	,193	,140	,104
	1 Autocorr. total=r=.71	3	,51	,71	,573	,406	,281	,204	,151
	Lag-1=r_T^1 =.71;	4	,36	,51	,71	,568	,394	,285	,212
	Lag-2=r_T^2=.51;	5	,26	,36	,51	,71	,539	,390	,290
	Lag-3=r_T^3=.36;	6	,18	,26	,36	,51	,71	,558	,415
	Lag-4=r_T^4=.26;	7	,13	,18	,26	,36	,51	,71	,609
	Lag-5=r_T^5=.18;								
	Lag-6=r_T^6=.13;								

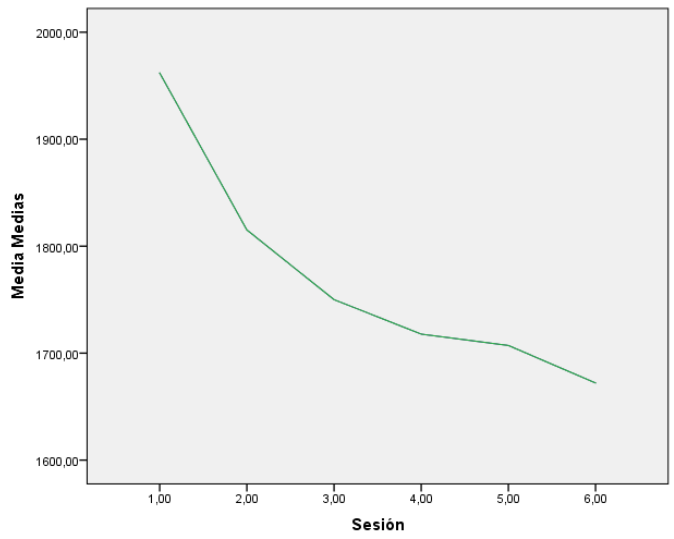
Tabla.- Sólo Matriz R. Diferentes Modelos de Estructura de covarianza para los datos del ejemplo evaluando en 200 personas el estado de ánimo a lo largo de 7 días. Se representan las varianzas, covarianzas y correlación predichas (encima de la diagonal, diagonal principal y por debajo de la diagonal, respectivamente) para los diferentes modelos de varianza. (continuación 2)

	Parámetros	**Día**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
t-1 Lag Toeplitz (TOEP$_T$)	7=t parámetros	1	,561	,399	,406	,385	,382	,371	,348
	1 Vσ_T^2= .561 6 Covarianzas totales bandeadas (C_{tb}) Lag-1=C_{t1}=.399; Lag-2=C_{t2}=.406; Lag-3=C_{t3}=.385; Lag-4=C_{t4}=.382; Lag-5=C_{t5}=.371; Lag-6=C_{t6}=.348;	2	,71	,561	,399	,406	,385	,382	,371
		3	,72	,71	,561	,399	,406	,385	,382
		4	,69	,72	,71	,561	,399	,406	,385
		5	,68	,69	,72	,71	,561	,399	,406
		6	,66	,68	,69	,72	,71	,561	,399
		7	,62	,66	,68	,69	,72	,71	,561
t-1 Lag Toeplitz Heterogénea (TOEP$_T$)	13=t+(t+1) parámetros	1	,580	,399	,421	,396	,380	,365	,359
	7 Vσ_{Tt}^2 6 Correlaciones totales bandeadas (r_{tb}) Lag-1=r_{t1}=.71; Lag-2=r_{t2}=.72; Lag-3=r_{t3}=.69; Lag-4=r_{t4}=.68; Lag-5=r_{t5}=.66; Lag-6=r_{t6}=.62;	2	,71	,544	,399	,405	,371	,364	,371
		3	,72	,71	,582	,410	,405	,380	,395
		4	,69	,72	,71	,573	,393	,398	,395
		5	,68	,69	,72	,71	,536	,377	,404
		6	,66	,68	,69	,72	,71	,525	,391
		7	,62	,66	,68	,69	,72	,71	,579

Gráficos y Tablas del Cuarto Tramo

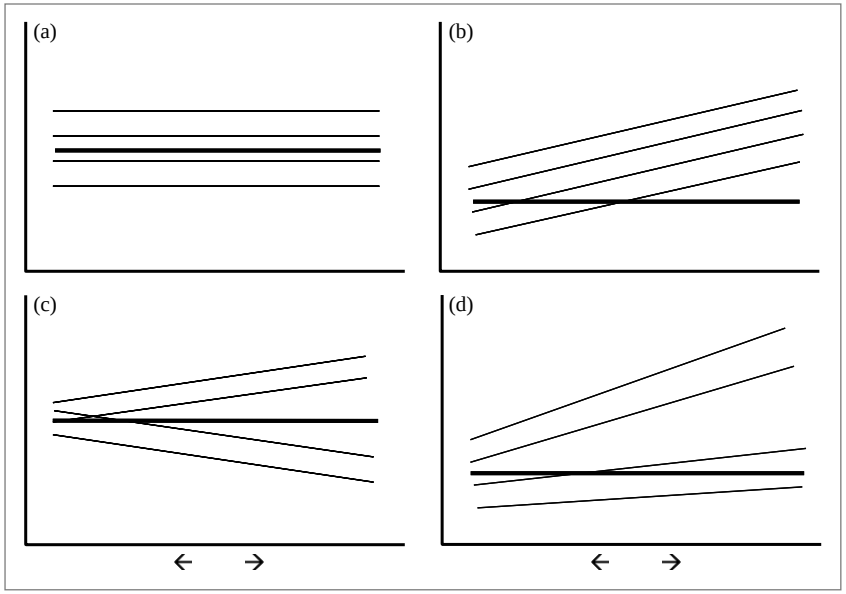
Vista general de los datos del ejemplo





sesión 1-6)	N	Mínimo	Máximo	Media	DT
1	101	1055	4159	1961,89	549,532
2	101	991	3954	1815,17	509,068
3	101	993	4086	1750,03	483,082
4	101	930	3612	1717,80	466,416
5	101	983	3291	1707,18	460,541
6	101	918	3226	1672,14	443,546

Gráfico. Efectos fijos y aleatorios del tiempo



(a) No Fijo, No aleatorio; (b) Sí Fijo, No Aleatorio; (c) No fijo, Si Aleatorio; (d)Sí Fijo, Sí Aleatorio

Matriz V predicha, medias estimadas, errores estándar y criterios de ajuste del Modelo de medias saturado y modelo de varianza No Estructurado (modelo 0) para datos referidos al tiempo de respuesta registrado en seis sesiones.

	Modelo 0. Modelo de medias saturado - modelo de varianza No Estructurado. 27 parámetros						
	Matriz V predicha[1]						
Parámetros	Sesión	1	2	3	4	5	6
	1	301985,34	235658,84	217994,11	202606,86	192153,79	195360,12
t(t+1)/2 +t=27	2	,84	259150,06	230216,77	213231,67	202091,99	193268,25
6 varianzas	3	,82	,94	233368,00	205208,97	196918,65	188604,43
16 covarianzas	4	,79	,90	,91	217543,64	193675,58	185320,92
6 medias	5	,76	,86	,89	,90	212097,57	187840,34
	6	,80	,86	,88	,90	,92	196733,17
	Media E	1961,89	1815,17	1750,03	1717,80	1707,18	1672,14
	Errores E	54,68	50,65	48,07	46,41	45,83	44,13
	$-2LL_{REML}$	8229,79					
	AIC	8271,79					
	BIC	8364,12					

Leyenda. Matriz $\mathbf{V = ZGZ^T + R}$; [1] =con varianzas en la diagonal, covarianzas por encima de la diagonal y correlaciones por debajo de la diagonal; Medias E= Medias estimada; Errores E = Errores estándar

Tabla.- Ecuaciones del modelo polinomial y matriz G de nivel 2 para los datos de tiempo de respuesta en seis sesiones (en el que tiempo = sesión – 1. Variable centrada tiempo, donde, el tiempo 0 es la primera sesión).

* Modelo (nº parámetros)	Ecuación del Modelo	Nivel 2. Matriz G	Objetivo (nuevos parámetros)[C]
0.-Modelo saturado de medias (27)[1]	$y_{ti} = \beta_{0i} + \beta_1(T1_{ti}) + \beta_2(T2_{ti}) + \cdots + \beta_5(T5_{ti}) + e_{ti}$	Ninguna[A]	
1 a. Modelo de medias vacío (2)	Nivel 1: $y_{ti} = \beta_{0i} + e_{ti}$ Nivel 2: Intercepto: $\beta_{0i} = \gamma_{00}$	Ninguna[B]	Modelo de línea base simple (no hay modelo anterior)
1 b. Modelo de medias vacío, Intercepto aleatorio (3)	Nivel 1: $y_{ti} = \beta_{0i} + e_{ti}$ Nivel 2: Intercepto: $\beta_{0i} = \gamma_{00} + U_{0i}$	G=$[\tau^2_{U_0}]$	¿Es ICC para la proporción de dependencia "media" (variabilidad entre las respuestas medidas de los sujetos) es mayor que 0? ($\tau^2_{U_0}$)
2 a. Tiempo lineal fijo, Intercepto aleatorio (4)	Nivel 1: $y_{ti} = \beta_{0i} + \beta_{1i}(Tiempo_{ti}) + e_{ti}$ Nivel 2: Intercepto: $\beta_{0i} = \gamma_{00} + U_{0i}$ Tiempo Lineal: $\beta_{1i} = \gamma_{10}$	G=$[\tau^2_{U_0}]$	¿Hay cambio lineal sobre el tiempo en promedio? (γ_{10})
2 b. Tiempo lineal Aleatorio (6)	Nivel 1: $y_{ti} = \beta_{0i} + \beta_{1i}(Tiempo_{ti}) + e_{ti}$ Nivel 2: Intercepto: $\beta_{0i} = \gamma_{00} + U_{0i}$ Tiempo Lineal: $\beta_{1i} = \gamma_{10} + U_{1i}$	G=$\begin{bmatrix} \tau^2_{U_0} & \tau_{U_{01}} \\ \tau_{U_{01}} & \tau^2_{U_1} \end{bmatrix}$	¿Hay diferencias individuales en el cambio Lineal sobre el tiempo? ($\tau^2_{U_1}$, $\tau_{U_{01}}$)
3 a. Tiempo cuadrático fijo, Tiempo lineal aleatorio (7)	Nivel 1: $y_{ti} = \beta_{0i} + \beta_{1i}(Tiempo_{ti}) + \beta_{2i}(Tiempo_{ti})^2 + e_{ti}$ Nivel 2: Intercepto: $\beta_{0i} = \gamma_{00} + U_{0i}$ Tiempo Lineal: $\beta_{1i} = \gamma_{10} + U_{1i}$ Tiempo Cuadrático: $\beta_{2i} = \gamma_{20}$	G=$\begin{bmatrix} \tau^2_{U_0} & \tau_{U_{01}} \\ \tau_{U_{01}} & \tau^2_{U_1} \end{bmatrix}$	¿Hay cambio cuadrático sobre el tiempo en promedio? (γ_{20})
3 b. Tiempo cuadrático aleatorio (10)	Nivel 1: $y_{ti} = \beta_{0i} + \beta_{1i}(Tiempo_{ti}) + \beta_{2i}(Tiempo_{ti})^2 + e_{ti}$ Nivel 2: Intercepto: $\beta_{0i} = \gamma_{00} + U_{0i}$ Tiempo Lineal: $\beta_{1i} = \gamma_{10} + U_{1i}$ Tiempo Cuadrático: $\beta_{2i} = \gamma_{20} + U_{2i}$	G=$\begin{bmatrix} \tau^2_{U_0} & \tau_{U_{01}} & \tau_{U_{02}} \\ \tau_{U_{01}} & \tau^2_{U_1} & \tau_{U_{12}} \\ \tau_{U_{02}} & \tau_{U_{12}} & \tau^2_{U_2} \end{bmatrix}$	¿Existen diferencias individuales en el cambio cuadrático sobre el tiempo? ($\tau^2_{U_2}$, $\tau_{U_{02}}$, $\tau_{U_{12}}$)

Leyenda. (*) Modelo (nº parámetros)= Identificación del modelo, nombre del Modelo y número de parámetros; [A]= Matriz R NE; [B]= Matriz R Identidad, en este modelo y en los siguientes en la Tabla; [C]= parámetros nuevos con respecto al modelo anterior;

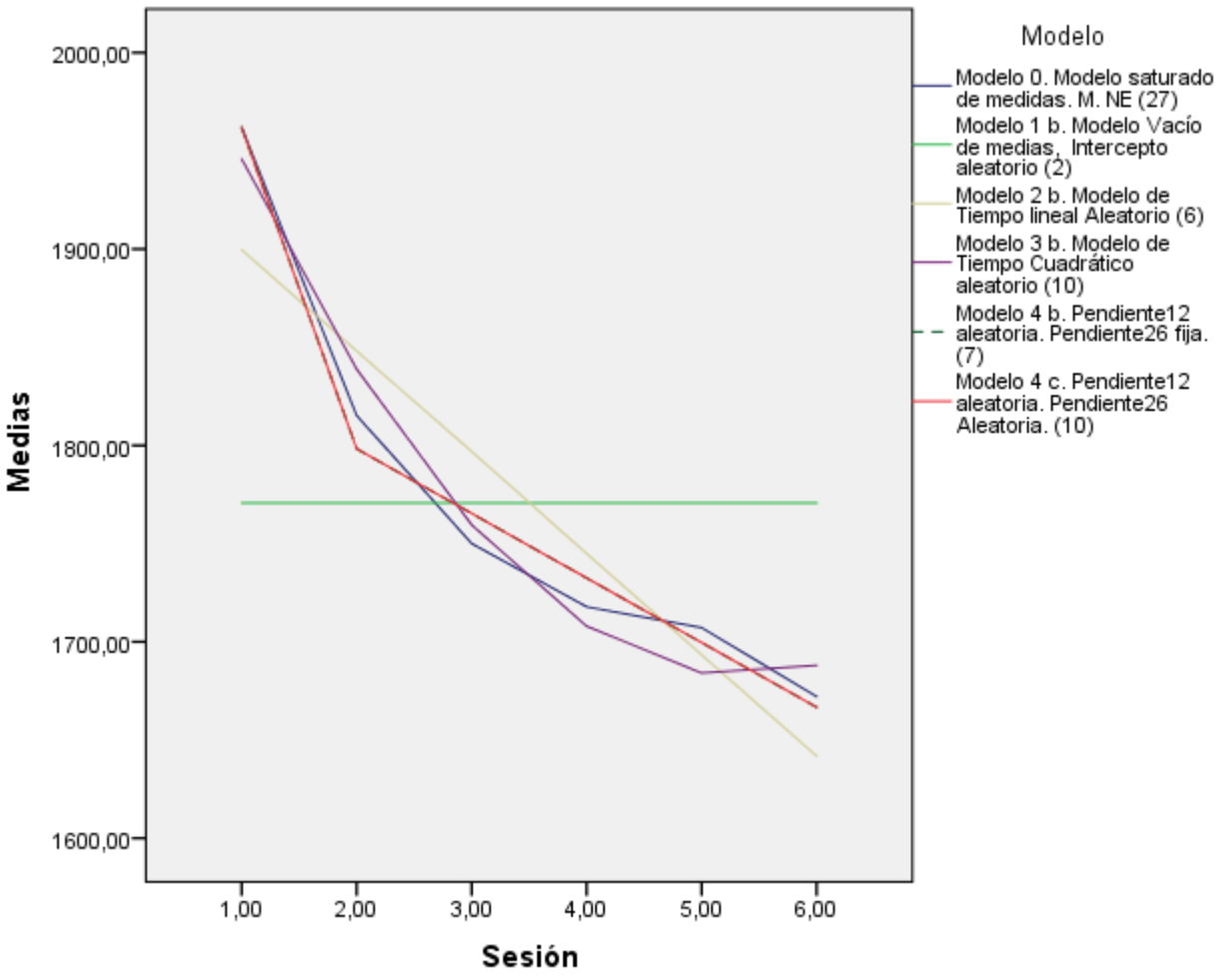
Tabla . Modelos de medidas vacíos para los datos de tiempo de respuesta en seis sesiones. Variable centrada tiempo, donde el tiempo 0 es la primera sesión

	Modelos					
Parámetros del modelo	**Modelo 1 a** Modelo de medias vacío (2) (Tiempo 0=Sesión 1)			**Modelo 1 b** Modelo de medias vacío, Intercepto aleatorio (3)		
	Est	ES	*p*	Est	ES	*p*
Modelo para las medias						
Intercepto γ_{00}	1770.7	20.07	**.001**	1770.7	20.07	**.001**
Pendiente Lineal γ_{10}						
Pendiente Cuadrática γ_{20}						
Modelo para las varianzas						
Varianza Intercepto $\tau^2_{U_0}$				200883	29471.18	**.001**
Covarianza Intercepto-Lineal $\tau_{U_{0i}}$						
Varianza de Pendiente Lineal $\tau^2_{U_1}$						
Covarianza Intercepto-Cuadrática $\tau_{U_{02}}$						
Covarianza Lineal-Cuadrática $\tau_{U_{12}}$						
Varianza de Pendiente Cuadrática $\tau^2_{U_2}$						
Varianza residual e_{ti}	244.123	14026.06	**.000**	44900	2825.63	**.001**
Ajuste del Modelo. REML						
Número total de parámetros	2			3		
-2LL	9228.60			8536.86		
AIC	9230.60			8540.86		
BIC	9235.01			8549.67		
Comparación de modelos	$-2\ \triangle$LL	*gl*	*p*			
1a Vs 1b	691.7	~1	**.001**			
2a Vs 2b	42.6	~2	**.001**			
3a Vs 3b	38.7	~3	**.001**			

Leyenda. Se destaca en negrita cuando p< .05

Tabla.- Parámetros de los modelos Polinomiales 2 a 2 b, 3 a y 3 b para los datos de tiempo de respuesta en seis sesiones. Variable centrada tiempo, donde el tiempo 0 es la primera sesión

	Modelo 2 a			**Modelo 2 b**			**Modelo 3 a**				**Modelo 3 b**		
Parámetros del modelo	Tiempo lineal fijo, Intercepto aleatorio (4)			Tiempo lineal Aleatorio (6) (Tiempo 0=Sesión 1)			Tiempo cuadrático fijo, Tiempo lineal aleatorio (7)				Tiempo Cuadrático Aleatorio (10) (Tiempo 0=Sesión 1)		
	Est	ES	*p*	Est	ES	*p*	Est	ES	*p*		Est	ES	*p*
Modelo para las medias													
Intercepto γ_{00}	1899.6	46.78	.000	1899.6	51.5	**.001**	1945.84	52.24	.001		1945.9	53.9	**.001**
Pendiente Lineal γ_{10}	-51.57	4.99	.000	-51.6	6.2	.991	-120.89	14.54	.001		-120.9	20	**.001**
Pendiente Cuadrática γ_{20}							13.86	2.63	.001		13.9	3.4	**.001**
Modelo para las varianzas													
Varianza Intercepto $\tau^2_{U_0}$	202422.49	29469.79	.000	253258.0	37897.0	**.001**	254163.63	37896.52	.001		276206.0	41442.0	**.001**
Covarianza Intercepto-Lineal $\tau_{U_{0i}}$				-12701.0	3622.0	**.001**	-12947.89	3630.69	.001		-35734.0	11941.0	**.003**
Varianza de Pendiente Lineal $\tau^2_{U_1}$				2233.8	552.9	**.001**	2332.66	551.56	.001		25840	5864.4	**.001**
Covarianza Intercepto-Cuadrática $\tau_{U_{02}}$											3902.0	1949.1	**.045**
Covarianza Lineal-Cuadrática $\tau_{U_{12}}$											-3903.3	982.6	**.001**
Varianza de Pendiente Cuadrática $\tau^2_{U_2}$											634.5	172.4	**.001**
Varianza residual e_{ti}	35661.79	2246.48	.000	27905.0	1963.4	**.001**	26175.83	51844	.001		20298.0	1649.1	**.001**
Ajuste del Modelo. REML													
Número total de parámetros	4			6			7				10		
-2LL	8414.68			8372.1			8341.47				8302.7		
AIC	8418.68			8389.1			8349.47				8316.7		
BIC	8427.49			8390.6			8367.08				8335.1		

Leyenda. Se destaca en negrita cuando p< .05.

Gráficos Tema 6. Los datos están en Datos derivados de ejemplos del Tema 6. Tengo que hacer aún las proyecciones de las medidas en los modelos